SOFTWARE – CENTRO DE ESTRELLA

STAR CENTER – SOFTWARE

Jason Méndez Córdova[a, b]

RESUMEN

Este trabajo de investigación fue diseñado para el cálculo de centro de estrellas – ejes polares – centros de giros, estudiando y analizando los movimientos y comportamientos de ciertas estrellas. Para este trabajo se diseño un método de análisis numérico de calculo de estrellas para una posición de coordenadas de n datos (centro de giro), y diseñando para ello un seudocodigo de programa para luego elaborar su software correspondiente denominado STAR CENTER, software que es utilizado en campo de la astronomía Observacional con el uso de un telescopio profesional Takajashi de 1.30mts de largo y 15cm de lente; cámaras CCD-ST7, cámaras digitales Coolpix, cámaras con películas. El software diseñado tiene la facilidad de ser compatible con la mayoría de archivos de imágenes: jpg, bmp, gif. Su uso es importante para saber el centro de giro de estrellas y así determinar sus posibles posiciones y coordenadas, como también la determinación del eje polar, el análisis numérico se basa en rectas de ajustes, análisis infinitesimal, programación estructurada con una presentación de plataforma sencilla para el entendimiento del mismo.

Palabras clave: Estrella, centro de giro, ejes polares.

ABSTRACT

This investigation work was designed for the calculation of stars' center-polar axes-centers of turns, studying and analyzing the movements and certain stars' behaviors. For this work you design a method of numeric analysis of I calculate of stars for a position of coordinated of n data (I center of turn), and designing for it a program seudocodigo stops then to elaborate their denominated corresponding software STAR CENTER, software that is used in field of the Observational astronomy with the use of a professional telescope Takajashi 1.30mts and 15cm of lens; cameras CCD-ST7, digital cameras Coolpix, cameras with movies. The designed software has the easiness of being compatible with most of files of images: jpg, bmp, gif. Their use is important to know the center of stars' turn and this way to determine its possible positions and coordinated, as well as the determination of the polar axis, the numeric analysis is based in right of adjustments, infinitesimal analysis, programming structured with a presentation of simple platform for the understanding of the same one.

Key words: It shatters, turn center, polar axes.

INTRODUCCIÓN

En el campo de la astronomía Observacional es necesario a veces saber el centro de giro de las estrellas para así determinar ya sea el eje polar o el centro de giro de una estrella en particular. En las observaciones de campo realizadas en diversos lugares como: Santa Rosa (afueras de Huaraz), desierto de ICA (cerro jaguay), pampas del observatorio de ancón, contando con una cámara CCD-ST7, un telescopio profesional Takajashi, cámaras digitales coolpix, canon, fuji, se vio la necesidad de calcular ello y así a la vez determinar o predecir sus posiciones de un cuerpo celeste determinado.

MATERIAL Y MÉTODOS

1. MATERIALES Y SU DESCRIPCIÓN:

Los materiales utilizados fueron:

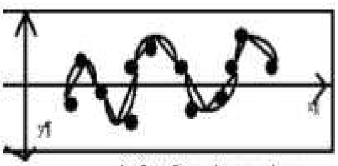
1.1. Telescopio Takajashi: tiene un brazo largo de 1m 50cm, con una abertura de lente de 15 cm., y una distancia focal de 7.50cm (Figura 1), este fue muy importante para el seguimiento de una estrella cualquier, su precisión y nitidez de imagen es muy buena pues se cuenta con oculares de diversos tamaños.

1.2. Cámara Digital CCD –ST7: Esta cámara es un dispositivo electrónico capas de tomar fotos e imágenes de diversos cuerpos celestes aun no siendo visibles al ojo humano, su precisión y seguimiento fue muy útil para la toma de fotos (Figura 2)

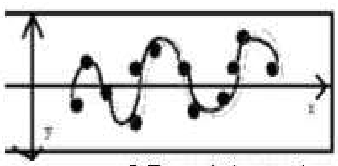
1.3. Computadora Portátil: Para este caso se utilizo una computadora laptop, instalado el SOFTWARE-STAR CENTER, para calcular los posibles centros de giro o centro de coordenadas, este a su vez iba conectado a la cámara digital, y este al telescopio y así se tomaba fotos en tiempo real (Figura 3).

2. MÉTODOS UTILIZADOS PARA EL CÁLCULO.

2.1 Análisis de puntos diversos a una tendencia de función (1):
Para hallar una curva que ajuste una serie de datos consideremos lo siguiente. En la figura 4 de los datos puede ser:



4. Grafica de puntos



5. Traza de los puntos

Podemos observar que si trazamos la figura 5 de los puntos tenemos la gráfica de la curva. Esta gráfica no es

[a]Centro de Studio e Investigación Científica Peruana -SCIENTIFIC
[b]Universidad Nacional del Callao-Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas Escuela de Física

muy útil para los cálculos ya que no conocemos en forma explícita la función que representa. Por esta razón se propone una curva dada, denominada curva propuesta o modelo. Si trazamos las 2 tenemos: Podemos darnos cuenta que la curva propuesta solo se aproxima a los puntos de la curva real. En general este el caso. Para determinar completamente la curva propuesta, consideraremos los errores en cada punto:

$$e_i = y_i - y_{pi} \qquad (1)$$

Desearíamos que fuesen 0, pero en general esto es imposible. Como también seria difícil trabajar con cada error por separado, lo mejor es combinarlos de alguna manera en un parámetro más manejable. Si consideramos la suma de los errores tenemos:

$$S = \sum e_i \qquad (2)$$

Dado que no podemos pedir que sea 0, entonces trataremos de hacerla lo mas pequeña posible:

$$MinS = Min\sum e_i \qquad (3)$$

Este parámetro no es bueno ya que es posible que sea 0, aun con errores grandes. Por esta razón podríamos considerar la suma de los errores absolutos:

$$MinS_a = Min\sum |e_i| \qquad (4)$$

Este parámetro tampoco es muy bueno, ya que como recordaras de tus cursos de cálculo para determinar el mínimo de una función hay que derivar e igualarla en 0.Por todo lo anterior Gauss propuso considerar la suma de los cuadrados de los errores:

$$MinS^2 = Min\sum e_i^2 \qquad (5)$$

Como veremos esta es la mejor opción.

2.2 Método de Mínimos Cuadrados o Método de gauss en forma analítica

El método que determino Gauss se conoce como método de mínimos cuadrados. A continuación describiremos cada uno de sus pasos.

Proponer una curva. La curva propuesta puede determinarse de varias maneras, las cuales describiremos mas adelante.

Formar la cantidad:

$$S^2 = \sum e_i^2 \qquad (6)$$

Minimizar la suma del cuadrado de los errores. Este se logra aplicando calculo. Para lograr esto primero debemos determinar de que variables depende el valor de S^2.La curva propuesta en general es de la forma:

$$y_p = f(x, a_0, a_1, ...a_n) \qquad (7)$$

Podemos observar que además de x depende de sus "constantes" ya que si modificamos las mismas se obtiene una curva distinta. Esto forma una familia de curvas. Por ejemplo la familia de las rectas esta dada por:

$$y = a_0 + a_1 x \qquad (8)$$

Distintos valores de las constantes originaran todas las rectas posibles. Por estas razones el problema de minimización es:

$$S^2 = \sum (y_i - y_{pi})^2 \qquad (9)$$

$$MinS^2 = Min\sum \left[y_i - f(x_i, a_0, a_1, ...a_n)\right]^2 \qquad (10)$$

La función depende de varias variables que son las constantes del modelo. El mínimo de una función de varias variables análogamente al cálculo de una sola variable también se determina derivando e igualando a 0. Pero como la función depende de varias variables, las derivadas calculadas son parciales. En esta paso se calculan las derivadas parciales respecto a cada constante del modelo:

$$\frac{\partial S'}{\partial e_0}, \frac{\partial S'}{\partial e_1}, \frac{\partial S'}{\partial e_2}, \frac{\partial S'}{\partial e_3}, ...\frac{\partial S'}{\partial e_n} \qquad (11)$$

Cada variable se igualan a 0:

$$\frac{\partial S'}{\partial e_0} = 0, \frac{\partial S'}{\partial e_1} = 0, \frac{\partial S'}{\partial e_2} = 0, \frac{\partial S'}{\partial e_3} = 0, ...\frac{\partial S'}{\partial e_n} = 0 \qquad (12)$$

Se obtuvo en sistema de ecuaciones el cual se denomina ecuaciones normales. Este se resuelve para obtener las constantes del modelo.

Para determinar que tan bien ajusta el modelo los datos, calculamos el valor de S2. Como en general el valor de S2 no nos dice mucho de la precisión del modelo, es mejor calcular el error estándar cuadrado definido:

$$\sigma_{xy} = \sqrt{\frac{S'}{M - NC}} \qquad (13)$$

Donde: S^2: Suma del cuadrado de los errores.

M: Numero de puntos de la tabla.
NC: Numero de constantes que tiene el modelo.

Este valor es mas útil, ya que podemos interpretarlo como un error promedio en todo el intervalo de la tabla, es decir:

$$y = y_p \pm \sigma_{xy} \qquad (14)$$

Si σ_{xy} es 0, la curva propuesta coincide con la curva real.

Ejemplo del método de mínimos cuadrados aplicado a la recta

Para aplicar este método se requiere proponer una curva. El método es completamente general. Apliquémoslo al caso de una recta. Cada uno de los pasos son: - La curva propuesta es:

$$y = a_0 + a_1 x \qquad (15)$$

S^2 es: $S^2 = \sum (y_i - a_0 - a_i x_i)^2$ (16)

Las derivadas parciales respecto a las constantes son:

$$\frac{\partial S'}{\partial e_0} = \frac{\partial}{\partial e_0}\sum (y_i - a_0 - a_i x_i)^2 = 2\sum (y_i - a_0 - a_i x_i)(-1)......\frac{\partial S'}{\partial e_i} =$$

$$\frac{\partial}{\partial e_i}\sum (y_i - a_0 - a_i x_i)^2 = 2\sum (y_i - a_0 - a_i x_i)(-x_i)......(.17.)$$

Igualando a 0:

$$2\sum (y_i a_0 - a_0 x_i)(-1) = 0..............2\sum (y_i a_0 - a_0 x_i)(-x_i) = 0 \quad (18)$$

Antes de intentar resolver el sistema lo simplificaremos lo más posible. Cancelando -2 en ambas ecuaciones y separando las sumatorias:

$$\sum y_i - \sum a_0 - \sum a_i x_i = 0.......\sum y_i x_i - \sum a_0 x_i - \sum a_i x_i^2 = 0 \quad (19)$$

Sacando las constantes de las sumatorias:

$$\sum x_i y_i - a_0 \sum y_i \ - a_0 \sum x_1^2 = 0 \quad (20)$$

Dado que las sumatorias son desde 1 hasta M, la sumatorias de 1 es M:

$$\sum y_i - a_0 M - a_i \sum x_i = 0...........\sum y_i x_i - a_0 \sum x_i - a_i \sum x_i^2 = 0 \quad (21)$$

Reacomodando términos:

$$a_0 M + a_i \sum x_i = \sum y_i..........a_0 \sum x_i + a_i \sum x_i^2 = \sum y_i x_i \quad (22)$$

Las ecuaciones resultantes son las ecuaciones normales de una recta. Después de resolverlas se calcula el valor de S2 con la expresión del paso. Para este caso el error estándar cuadrado es:

$$\sigma_{xy} = \sqrt{\frac{S^2}{M-2}} \quad (23).$$

El hecho de ajustar una recta a una serie de datos se denomina regresión lineal.

2.3 Algoritmo del Programa (programación principal) (1)

Regresión Lineal con Mínimos Cuadrados o Método de Gauss Analítico

Entrada: Número de datos n, datos (x,y)

a.- Hacer sumx, sumy, sumxy, sumx2 = 0 :
b.- Hacer i=0
c.- Mientras i<=n-1 hacer
d.- Hacer sumx=sumx+x(i)
e.- Hacer sumy=sumy+y(i)
f.- Hacer sumx2=sumx2+(x(i)*x(i))
g.- Hacer sumxy=sumxy+(x(i)*y(i))
h.- Hacer i=i+1
i.- Hacer Denominador=sumx*sumy-n*sumx2
j.- Hacer m= (sumx*sumy-n*sumxy)/Denominador
k.- Hacer b= (sumx*sumxy-sumx2*sumy)/Denominador
L.- Imprimir m y b

2.4 Seudocodigo para el cálculo de ajuste de puntos (solo se muestra una parte del programa)

El seudocodigo fue desarrollado en Visual Basic 6.0 utilizando programación estructurada, analítica de regresión y método de gauss (Figura 6)

```
Privarte Sub calculoderegresion_Click()
n = Val(txtn.Text)
O = 3
For i = 1 To n
sx = sx + X(i)
Next i
For j = 1 To n
sy = sy + Y(j)
Next j
For p = 1 To n
sxy = sxy + X(p) * Y(p)
Next p
For i = 1 To n
sx2 = sx2 + X(i) ^ 2
Next i
For p = 1 To n
sx2y = sx2y + (X(p) ^ 2) * Y(p)
Next p
For i = 1 To n
sx3 = sx3 + X(i) ^ 3
Next i
For i = 1 To n
sx4 = sx4 + X(i) ^ 4
Next I   ..................................
.....................continua????
T(2) = sxy: a(3, 1) = sx2: a(3, 2) = sx: a(3, 3) = n:  T(3) = sy
   For j = 1 To O
     u(1, j) = a(1, j)
   Next j :      For i = 2 To O :         l(i, 1) = a(i, 1) / u(1, 1)
   Next I :      For j = 2 To O:          u(2, j) = a(2, j) - l(2, 1) * u(1, j)
   Next j :    For i = 3 To O
        l(i, 2) = (a(i, 2) - l(i, 1) * u(1, 2)) / u(2, 2)
Next i
 l(1, 1) = 1
   l(2, 2) = 1
   l(3, 3) = 1
    For j = 3 To O
     u(3, j) = a(3, j) - l(3, 1) * u(1, j) - l(3, 2) * u(2, j)
   For j = 4 To O
     u(4, j) = a(4, j) - l(4, 1) * u(1, j) - l(4, 2) * u(2, j)
     Next j
          z(1) = T(1)
     u(O, O) = a(O, O) - l(O, 1) * u(1, O) - l(O, 2) * u(2, O)
   For i = 2 To O
     f = 0
     For jj = 1 To i - 1
     f = f + l(i, jj) * z(jj)
     Next jj
    z(i) = T(i) - f
  Next i
    For i = O - 1 To 1 Step -1
       H(O) = z(O) / u(O, O)
      For jj = i + 1 To O
      r = r + u(i, jj) * H(jj)
      Next jj
    H(i) = (z(i) - r) / u(i, i)
    Next i
   txtz1.Text = p2 'Format(p2, "####.###")
   txtz2.Text = p3 'Format(P3, "####.###")
   txtz3.Text = p1 'Format(p1, "####.###")  End Sub
```

Fig. 6. Seudocodigo de programa en Visual Basic 6.0 Professional

2.5 Diseño del Software Star- Center:

Detalle del programa Star – Center (Figura 7, 8)

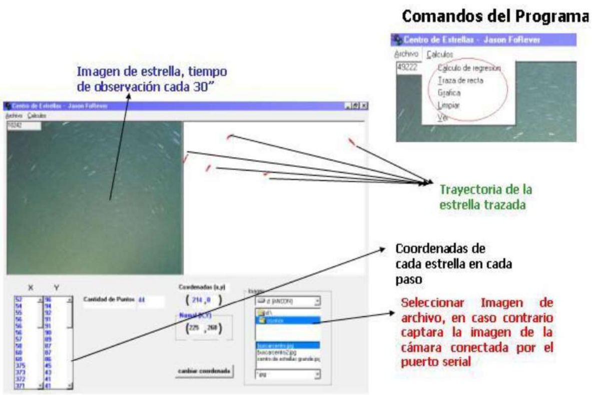


Fig. 7. Encontrando coordenadas

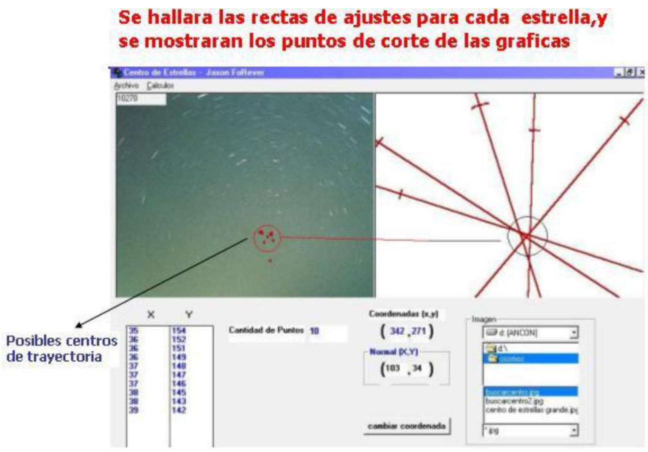


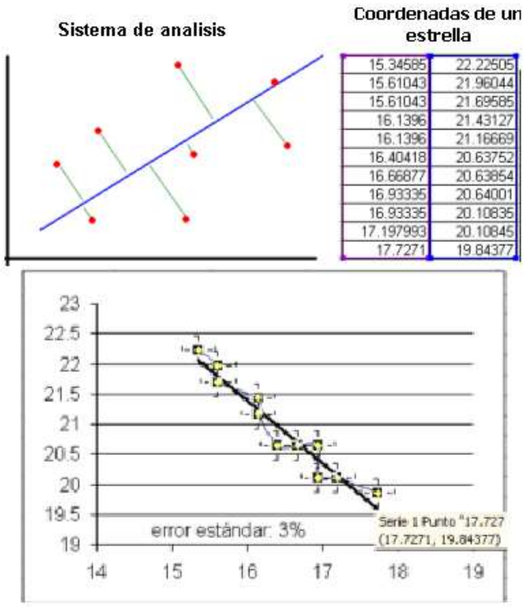
Fig 8. Hallando las rectas de ajuste y centro de coordenada

RESULTADOS

3. Comparación de datos y calculo de error hallados en las observaciones (2)

- En el análisis numérico el error hallado varia de acuerdo al número de coordenadas, se podría decir que a mayor numero de coordenadas para una estrella, será menor el error.
- El calculo del error fue comparado con el calculo matemático de la función con su función tendencia en este caso de una función de tendencia lineal

- El error obtenido mediante el calculo de datos es: Error Estándar 3% (Figura 10)



15.34585	22.22505
15.61043	21.96044
15.61043	21.69585
16.1396	21.43127
16.1396	21.16669
16.40418	20.63752
16.66877	20.63854
16.93335	20.64001
16.93335	20.10835
17.197993	20.10845
17.7271	19.84377

Fig. 9. Análisis de los datos y cálculo de error estándar de las coordenadas obtenidas

AGRADECIMIENTOS:

A Dios por darme fuerza cada día de mi vida, a mis padres Jose Morales y Zenobia Cordova, a mis hermanos Jose Eduardo y Luis Alfredo, al Dr. Mutsumi Ishitsuka y a todas las personas que han colaborado con su apoyo.

Referencias Bibliográficas

[1]. A.C. Bajpai, I.M. Calus, J.A. Fairley (1978).Numerical Methods For Engineers and Scientists. Loughborough University of Tecnology. Printed and Bound in Great Britain

[2]. Sir Edmun Whittaker, G. Robinson (1946). The Calculus of Observations. Balckie & Son Limited London and Glasgow

Email: jmendez@axil.igp.gob.pe