

Movimiento caótico de partículas libres que viajan sobre guías de ondas bajo un potencial eléctrico apantallado

Free particle chaotic motion traveling on a low waveguides Shielded electrical potential

C. Moya Egoavil¹, J. Gutiérrez García²

^{1,2} Facultad de Ciencias Departamento de Física– Universidad Nacional de Piura,

RESUMEN

El estudio del comportamiento caótico en la dispersión y movimiento que presentan las partículas libres frente a un potencial apantallado dentro de un medio de guía de onda mesoscópica, se realizó el análisis de la función hamiltoniana adimensional conservativa trabajada en coordenadas conjugadas, representando y evaluando las trayectorias de estado en el espacio fásico, con un trazado topológico de Poincaré en puntos fijos característicos del sistema, en el origen $x = 0$ y en $x = \pm\infty$, y su estabilidad como sistema dinámico no lineal mediante las ecuaciones de movimiento de Hamilton.

Mediante métodos numéricos se retrató la función autónoma de Hamilton conservativa no integrable, debido a la perturbación del potencial que se aplicó dentro del sistema, dándonos información para poder concluir que el sistema era inestable y que las orbitas que dibujan el espacio de estados, tienden a un comportamiento asintótico sobre un punto característico en $x = 0$, alejados de ellas no existe predecibilidad del desenvolvimiento espacial para estas partículas, esto significa caos a menor escala para poder describir físicamente su movimiento.

Palabras claves: *Hamiltoniana, topológico, Poincaré, perturbación.*

ABSTRACT

The study of chaotic behavior in the dispersal and movement presented by free particles shielded against potential within half mesoscopic waveguide, we performed the analysis of the dimensionless Hamiltonian function retain workers in conjugate coordinates, representing and evaluating state trajectories in phase space with a topological path at fixed points of Poincare characteristic of the system, the origin $x = 0$ and $x = \pm\infty$, and its stability as a nonlinear dynamic system using the Hamilton equations of motion .

By numerical analysis portrayed the autonomous function of Hamilton conservative nonintegrable due to potential perturbation within the system was applied, giving information to Stripper Arm the system was unstable and the orbits drawn by the state space, tend to asymptotic behavior on a characteristic point at $x = 0$, away from them there is no predictability of the development space for these particles, this means a smaller scale chaos to describe physical movement.

Key words: *Hamiltonian, topological, Poincaré, perturbation.*

INTRODUCCIÓN

Este Estudio, hace una descripción y representación de las trayectorias de estado en el espacio físico que configuran la evolución espacial de partículas libres clásicas dentro de un material físico, con geometría rectangular de pequeñas dimensiones, con propiedades transmisoras de ondas electromagnéticas de punto a punto de una forma eficiente, una guía de onda mesoscópica.

La realización de este trabajo de investigación tuvo como objetivos en primer lugar: la formulación de un modelo de Hamiltoniano cuasi-simétrico, conservativo, no lineal, autónoma y adimensional que represente la transmisión de partículas a través de una guía de ondas, bajo una perturbación del potencial eléctrico, que presenta dos parámetros; uno que caracterice y defina las dimensiones del sistema y otro de acoplamiento del potencial dentro del medio transmisor.

El potencial eléctrico apantallado dentro del sistema provocará una inestabilidad del sistema en sus puntos característicos de la función Hamiltoniano no lineal en $x = 0$ y en $x \pm C.(2/e)^{1/2}$ por tanto nos predecirá un comportamiento extraño al transcurrir el tiempo y al acercarse a uno de estos puntos. La representación en el retrato fase del sistema presentarán trayectorias que se alejan de los puntos fijos, y representan flujos de velocidades que se alejan de él, formando así un tipo de punto fijo denominado "Repulsor".

Se visualizó el diagrama de fases usando el programa de Matlab R2006, mediante el algoritmo adecuado que está en anexo, al Hamiltoniano adimensionado con dos variables dinámicas, y se encontró que el sistema es inestable en los puntos fijos; cuando más se acerca a $x = 0$ presentó un acercamiento asintótico, al alejarse totalmente del punto fijo.

En los puntos fijos $x = \pm\infty$ las trayectorias del retrato fase se pronuncian con un alejamiento mas desordenado, incrementando así la inestabilidad cuando partículas se alejan hacia la frontera del material, asimismo convirtiéndose un sistema no estable en las afueras de la guía de ondas, debido a su dispersión por este potencial.

MATERIAL Y MÉTODODOLOGIA

En el presente trabajo se estudió a las partículas que viajan a través de una guía de ondas bajo la acción de un potencial eléctrico apantallado. Esta guía de ondas presenta una propagación a lo largo de su estructura rectangular con sección transversal uniforme.

- Se analizó el modelo del Hamiltoniano perturbado por una función exponencial con parámetros que dependen del sistema y características del conducto.

- Sea el Hamiltoniano planteado:

$$H = \frac{P_x^2}{2m} + \frac{P_y^2}{2m} + \frac{1}{2}kY^2 - \gamma \frac{e^{-a\sqrt{X^2 + Y^2 + \Delta^2}}}{\sqrt{X^2 + Y^2 + \Delta^2}}$$

Donde k , a y Δ son parámetros que definen las dimensiones del sistema; γ es el parámetro de acoplamiento.

La expresión siguiente es la perturbación el potencial eléctrico débil que es apantallada por el flujo de las partículas en estudio.

$$\gamma \frac{e^{-a\sqrt{X^2 + Y^2 + \Delta^2}}}{\sqrt{X^2 + Y^2 + \Delta^2}}$$

- Se utilizó el tipo de Hamiltoniano propuesto, que muestra la energía total adimensionada, para el análisis numérico con MatLab [5].

$$H = \frac{p_x^2}{2} + \frac{p_y^2}{2} + \frac{1}{2}y^2 - C \frac{e^{-\alpha\sqrt{x^2 + y^2 + 1^2}}}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1^2}}$$

- Se procedió con el análisis numérico en los puntos críticos o también llamados puntos fijos, donde las trayectorias para este modelo funcional tenga un comportamiento extraño.

Para $x = 0$, y en $x = \pm \infty$

ANALISIS Y RESULTADOS

Se presenta la visualización mediante el programa matemático MatLab R2006 de la perturbación de un potencial eléctrico apantallado y el sistema dinámico no lineal fue construida en base a la función Hamiltoniana continua adimensional.

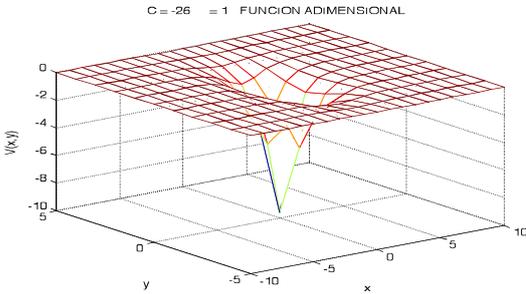
DIAGRAMA DEL POTENCIAL ELECTRICO APANTALLADO EN UNA GUIA DE ONDAS

Representación del potencial eléctrico apantallado en el espacio tridimensional con dos vistas para poder caracterizar en donde está más intenso en el centro del material conductor.

Sea la función potencial:

$$V(X,Y,Z) = (Ce^{-\alpha\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}}) \frac{-1}{\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}}$$

VISTA LATERAL



ANÁLISIS GRÁFICO CON MATLAB DEL MODELO:

$f = (10+30./\text{sqrt}(x.^2+1)).*\exp(-1.*\text{sqrt}(x.^2+1))$;
 tomando las constantes $a = 1$, $C = 40$ y $E = 10$ en la sección de Poincaré (plano $Y = 0$).

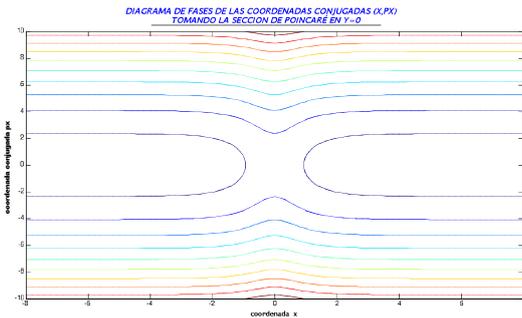


Gráfico a

ANÁLISIS GRÁFICO CON MATLAB DEL MODELO:

$f = (10+30./\text{sqrt}(x.^2+1)).*\exp(-1.*\text{sqrt}(x.^2+1))$;
 tomando las constantes $a = 1$, $C = 40$ y $E = 10$ en la sección de Poincaré (plano $Y = 0$).

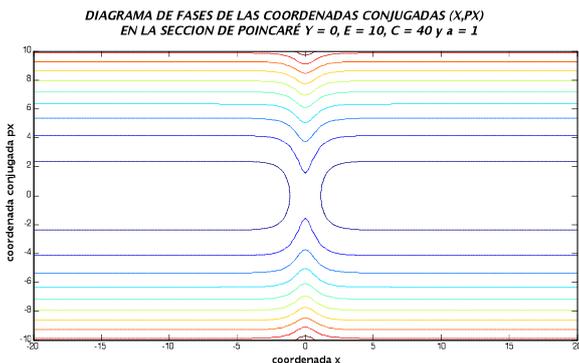


Gráfico b

DISCUSIÓN:

- De acuerdo a los Gráfico a y b con variación de los parámetros, el modelo estudiado en la sección de Poincaré del sistema de guía de ondas, los diagramas en el espacio de fase presentan un acercamiento al punto fijo $x = 0$, representando al conjunto de variedad inestable no periódico y con curvas alejadas y paralelas cuando $x = \pm \infty$ al conjunto de variedad no estable con una ligera caída al punto central presentando una silladura un atractor llamado herradura de Smale.

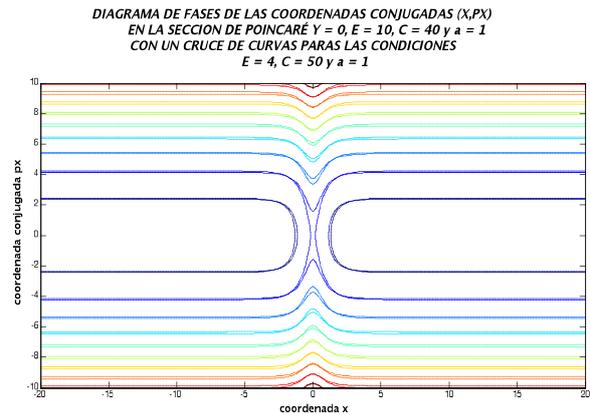


Gráfico c

DISCUSIÓN:

- En el siguiente diagrama c, presenta el acople de dos diagramas variando los parámetros de la energía $E = 10$ y $E = 4$, presentado un comportamiento de un acercamiento al punto fijo cuando esta decrece en su energía asentando la inestabilidad de éstas, al alejarse de la región de dispersión será impredecible saber si éstas retornaran al punto inicial o final de las dimensiones del sistema. Este atractor hará que el sistema tenga una caoticidad en estos puntos fijos.

CONCLUSIONES

- El sistema presenta una inestabilidad al presentar variedades inestables que hacen impredecible las trayectorias a través del tiempo, presentando un atractor cuando los parámetros como la energía $E = 4$ y decrece tomando como parámetro de las dimensiones $C = 40$ y parámetro de acoplamiento del sistema y el potencial $a = 1$ acercándose a una "herradura de Smale" en los puntos fijos evaluados $x = 0$ y en $x = \pm \infty$.
- En el diagrama de fases trabajando con la sección de Poincaré se observa un acercamiento asintótico al punto fijo $x = 0$, presentando la

caoticidad del sistema debido a la inestabilidad del sistema en los puntos fijos.

REFERENCIAS

- [1] P. Cvitanović, Gabor Watzky, Nial Whelan, Classical and quantum chaos. 2003
- [2] Robert C. Hilborn, Chaos and Nonlinear Dynamic. 2^{da} Edition. Oxford University Press, 2002.
- [3] Ricard V. Solé, Susana C Manrubia, Orden y Caos en sistemas complejos. Ediciones UPC. Universitat Politècnica de Catalunya, 1993.
- [4] D. K: Arrowsmith bsc PhD. Dynamical Systems, Differential Equations, maps and Chaotic behaviour. First edition. University of London. 1992.
- [5] Shoichiro Nakamura, Análisis Numérico y Visualización Gráfica con Matlab. Prentice – Hall. Hispanoamericana, 1997
- [6] Mary Luz Mauronte López, Caracterización y Análisis de Sistemas Dinámicos no lineales mediante el estudio de frecuencias y espacio de fases. Tesis doctoral... Escuela Técnica superior de ingenieros agrónomos. Madrid España, 2004.
- [7] Robert H. Hammond, Introducción al Fortran 77 y la PC. Mc Graw Hill. Mexico. 1990.
- [8] Chaotic Dynamic Tomas Tél and Martor Gruiz, Cambridge university press. New York. 2006.
- [9] J. Douglas Faires Richard Burden, Métodos numéricos. 3 Edición. Thomson. España, 2004.
- [10] V. I. Arnold, Small denominators and problem of stability and motion in classical and celestial mechanics. Usp Mat. Nauk. SSRR 18, 1963
- [11] A. N. Kolgomorov, General theory of dynamical system and classical mechanics. Proc. Int. Cong. Math., 1954.
- [12] H. Poincaré, Les methods Nouvelles de la mécanique celeste. Tome I Paris, Gauthier. Villars, 1982
- [13] Guckenheimer, J and Holmes, P. J. Non-linear Oscillations. Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields, Applied Mathematical Sciences, Vol. 42, 1983
- [14] González Obregón, Carlos Hernán “Análisis de complejidad de sistema respiratorio para la ayuda al diagnóstico de patologías”, UPC, Tesis doctoral. Junio 2002.

E-mail moya.egoavil@gmail.com
jgutierrezg@hotmail.com